

## FRACȚII ALGEBRICE

### Înmulțirea, împărțirea și ridicarea la putere a fracțiilor algebrice

**Def:** Operația prin care se obține **produsul** a două sau mai multe fracții algebrice se numește **înmulțire**.

Obs: 1. Înainte de a înmulți fracțiile algebrice acestea se pot simplifica (dacă e cazul).

2. La înmulțirea fracțiilor algebrice se aplică aceleași proprietăți ca și la înmulțirea fracțiilor numerice.

Exemplu 1:

$$\frac{5x}{3y^2} \cdot \frac{18y^3}{10x^2} = \frac{6y}{2x} = \frac{3y}{x}$$

Am simplificat pe prima diagonală cu  $5x$  și pe a doua diagonală cu  $3y^2$ , după care am înmulțit numărătorii între ei și numitorii între ei și am simplificat rezultatul cu 2.

Exemplu 2:

$$\frac{x^3}{5x+10} \cdot \frac{30}{3x^2} = \frac{30x^3}{5(x+2) \cdot 3x^2} = \frac{2x}{x+2}$$

Exemplu 3:

$$\frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 36} \cdot \frac{x + 6}{1 - x^2} = \frac{(x-1)(x-6)}{(x-6)(x+6)} \cdot \frac{x+6}{-(x-1)(x+1)} = -\frac{1}{x+1}$$

**Def:** Operația prin care se obține **câtul** a două fracții algebrice se numește **împărțire**.

**Obs:** 1. Pentru a calcula **câtul a două rapoarte algebrice**, înmulțim primul raport cu inversul celui de-al doilea, după care se pot simplifica (dacă este cazul).

2. La împărțirea fracțiilor algebrice se aplică aceleași proprietăți ca și la împărțirea fracțiilor numerice.

Exemplu 1:

$$\frac{x^2}{3} : \frac{x^2}{6} = \frac{x^2}{3} \cdot \frac{6}{x^2} = 2$$

La înmulțirea rapoartelor am simplificat pe prima diagonală cu  $x^2$  și pe a doua diagonală cu 3, după care am înmulțit numărătorii între ei și numitorii între ei.

Exemplu 2:

$$\frac{12a^3b}{5c^2} : \frac{3a^2b}{10c} = \frac{12a^3b}{5c^2} \cdot \frac{10c}{3a^2b} = \frac{4a}{c} \cdot \frac{2}{1} = \frac{8a}{c}$$

La înmulțirea rapoartelor am simplificat pe prima diagonală cu  $3a^2b$  și pe a doua diagonală cu  $5c$ , după care am înmulțit numărătorii între ei și numitorii între ei.

Exemplu 3:

$$\frac{3x - 2x^2}{2x + 2} : \frac{9 - 4x^2}{x^2 - 1} = \frac{x(3 - 2x)}{2(x + 1)} \cdot \frac{(x - 1)(x + 1)}{(3 - 2x)(3 + 2x)} = \frac{x(x - 1)}{2(2x + 3)}$$

La înmulțirea rapoartelor am simplificat pe prima diagonală cu  $(3 - 2x)$  și pe a doua diagonală cu  $(x + 1)$ , după care am înmulțit numărătorii între ei și numitorii între ei.

**Def:** A **ridica la putere** o fracție algebrică înseamnă a o înmulți cu ea însăși de atâtea ori cât arată **exponentul**.

**Obs: 1.** Pentru a **ridica la puterea  $n$  un raport algebric**, ridicăm atât numărătorul cât și numitorul la puterea  $n$ .

**2.** La ridicarea la putere fracțiilor algebrice se aplică aceleași proprietăți și reguli ca și la ridicarea la putere a fracțiilor numerice.

Exemplu 1:

$$\left(\frac{1}{2x}\right)^2 = \frac{1^2}{(2x)^2} = \frac{1}{4x^2}$$

Exemplu 2:

$$\left(\frac{1}{2x}\right)^{-2} = \left(\frac{2x}{1}\right)^2 = \frac{4x^2}{1} = 4x^2$$

Exemplu 3:

$$\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{-3} = \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^3$$

Dacă exponentul este un număr negativ atunci se va ridica la putere inversa sau răsturnata fracției algebrice.

## FIȘĂ DE LUCRU

1. Efectuați următoarele operații:

I. a)  $\frac{x^2}{x^2 - 2x + 1} \cdot \frac{x^2 - 1}{x} =$

b)  $\frac{x}{x^2 - 4x + 4} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^3 + 4x^2 + 4x} =$

c)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x} \cdot \frac{x + 3}{x + 2} =$

d)  $\frac{x^2 - xy}{x^2 + xy} \cdot \frac{x^2 y + xy^2}{xy} =$

II. a)  $\frac{x - 1}{x + 2} : \frac{x - 1}{2x + 4} =$

b)  $\frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 + 2x} : \frac{5x^2 + 25x}{x^4 + 4x^3 + 4x^2} =$

c)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x} : \frac{x + 2}{x + 3} =$

d)  $\frac{3x^2 - 3y^2}{x^2 + xy} : \frac{6x - 6y}{x + y} =$

III. a)  $\left(\frac{3x^2}{2y^5}\right)^5 : \left(\frac{-2x}{3y}\right)^{-3} =$

b)  $\left(\frac{a+1}{a-1}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{a-1}{a+1}\right)^{-2} =;$

c)  $\left(\frac{1+a}{a+2}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{a^2 - 4} =$

d)  $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{a-1}{a^2}\right)^{-1} =$

2. Aduceți expresiile la forma cea mai simplă:

a)  $E(x) = \left(\frac{2}{x-2} - \frac{2}{x+1}\right) : \frac{-2}{x(x-2)(x+1)}$

b)  $E(x) = \left(\frac{x}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} - \frac{1}{x-3}\right) : \frac{2x-9}{x^2-2x-15}$

c)  $E(x) = \left(\frac{x+1}{x} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{1-x}{x^2+x}\right) : \frac{2x-4}{x^2-4x}$

d)  $E(x) = \left(\frac{1}{x^2-2x} - \frac{1}{x^2+2x} + \frac{2}{x^2-4}\right) : \frac{2x+6}{x^3-4x}$