

FRACTII ALGEBRICE

Ordinea efectuării operațiilor

Ordinea efectuării operațiilor la fracții algebrice este aceeași ca la fracțiile numerice.

Adunarea și scăderea sunt operații de ordinul I, înmulțirea și împărțirea sunt operații de ordinul II, puterile sunt operații de ordinul III.

I. Dacă într-o expresie apar operații de ordine diferite, atunci ele se efectuează în ordinea următoare:

1. Operațiile de ordinul III
2. Operațiile de ordinul II
3. Operațiile de ordinul I

II. Dacă într-o expresie avem paranteze, atunci ordinea operațiilor este:

1. Paranteza rotundă (.....)
2. Paranteza dreaptă [.....]
3. Paranteza acoladă {.....}

III. Dacă într-o expresie algebrică avem numai operații de ordinul I (adunare și scădere) acestea se pot efectua în același timp.

Exemplu

$$\frac{3}{x+5} - \frac{2}{x-5} + \frac{20}{x^2-25}$$

Fiindcă adunarea și scăderea fracțiilor necesită aducerea la același numitor le vom aduce toate fracțiile la același numitor

$$\frac{x-5}{x+5} \cdot \frac{3}{x+5} - \frac{x+5}{x-5} \cdot \frac{2}{x-5} + \frac{20}{(x-5)(x+5)}$$

Scriem fracțiile sub același numitor

$$\frac{3(x-5) - 2(x+5) + 20}{(x-5)(x+5)}$$

Efectuăm calculele la numărător

$$\frac{3x - 15 - 2x - 10 + 20}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{x + 5}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{1}{x - 5}$$

IV. Dacă într-o expresie avem numai operații de ordinal II (înmulțire și împărțire) indiferent de ordinea în care sunt scrise, transformăm împărțirea în înmulțire și efectuăm înmulțirile

Exemplu

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 7x + 10} \cdot \frac{x^2 - 25}{3x + 6} : \frac{x + 5}{9}$$

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 7x + 10} \cdot \frac{x^2 - 25}{3x + 6} \cdot \frac{9}{x + 5}$$

Descompunem numărătorii și numitorii apoi simplificăm

$$\frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)(x - 5)} \cdot \frac{(x - 5)(x + 5)}{3(x + 2)} \cdot \frac{9}{x + 5} = 3$$

V. Dacă într-o expresie algebrică întâlnim operații de ordine diferite le efectuăm în ordinea: (ordinul III, ordinul II, ordinul I), dar pentru a ajunge mai repede la rezultat putem face unele excepții.

Exemplu

$$\frac{x}{x^2 - 1} : \left(\frac{1}{x + 1}\right)^2 + \frac{x}{x - 2} \cdot \frac{2x - 4}{x - 1} - 1$$

$$\frac{x}{x^2 - 1} : \frac{1}{(x + 1)^2} + \frac{x}{x - 2} \cdot \frac{2x - 4}{x - 1} - 1$$

$$\frac{x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(x+1)^2}{1} + \frac{x}{x-2} \cdot \frac{2(x-2)}{x-1} - 1$$

$$\frac{x(x+1)}{x-1} + \frac{2x}{x-1} - \frac{x-1}{1}$$

$$\frac{x(x+1) + 2x - (x-1)}{x-1} = \frac{x^2 + x + 2x - x + 1}{x-1} = \frac{x^2 + 2x + 1}{x-1}$$

$$= \frac{(x+1)^2}{x-1}$$

VI. Dacă o expresie algebrică conține paranteze aplicăm regula de la II, iar în interiorul parantezelor regulile III, IV, V.

$$\left[\frac{1}{x^2 - 2x + 1} + \frac{x^2 + x}{2x + 1} \cdot \left(\frac{1}{x^2 - x} + \frac{1}{x^2 - 1} \right) \right] : \frac{1}{x-1}$$

Efectuăm operația din paranteza rotunda

$$\left[\frac{1}{x^2 - 2x + 1} + \frac{x^2 + x}{2x + 1} \cdot \left(\frac{x+1}{\frac{1}{x(x-1)}} + \frac{x}{\frac{1}{(x-1)(x+1)}} \right) \right] : \frac{1}{x-1}$$

$$\left[\frac{1}{x^2 - 2x + 1} + \left(\frac{x^2 + x}{2x + 1} \cdot \frac{x+1+x}{x(x-1)(x+1)} \right) \right] : \frac{1}{x-1}$$

$$\left[\frac{1}{x^2 - 2x + 1} + \left(\frac{x(x+1)}{2x+1} \cdot \frac{2x+1}{x(x-1)(x+1)} \right) \right] : \frac{1}{x-1}$$

$$\left[\frac{1}{x^2 - 2x + 1} + \frac{1}{x-1} \right] : \frac{1}{x-1}$$

$$\left[\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{x-1}{1} \right] \div \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{1+x-1}{(x-1)^2} \div \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{x}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{1} = \frac{x}{x-1}$$

Exerciții propuse

$$1. \frac{x+1}{x} + \frac{1-x}{x^2+x} - \frac{x-1}{x+1}$$

$$2. \frac{x^2-4}{x^2+4x+4} \cdot \frac{3x+6}{x-2} : \frac{3}{x-3}$$

$$3. \left[\frac{x+2}{2x} \cdot \left(\frac{x^2}{x^2+4x+4} + \frac{x}{x+2} \right) - \frac{x-2}{x-3} \right] : \frac{1}{x+2}$$

$$4. \left(\frac{x-2}{x} + \frac{x}{x-2} - 1 \right) \cdot \frac{x^2}{x^2-2x+4}$$

$$5. \left(\frac{5x}{x+1} + \frac{5}{1-x} + \frac{x^2-2x-4}{x^2-9} \right) : \left(\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1} \right)$$

$$6. \left(\frac{2x+1}{x^2-3x} - \frac{x-1}{x+3} + \frac{x^2-2x-4}{x^2-9} \right) \cdot \left(x + 1 - \frac{2x+10}{x+1} \right)$$

Prof. Pinteă Adrian

Școala gimnazială „Viorel Sălăgean“ Belțug