

FRACTII ALGEBRICE

Existenta,amplificarea si simplificarea fractiilor algebrice-Cls a VIII-a

Breviar teoretic si exemple

Definitie: Numim fractie algebraica raportul dintre doua expresii algebrice.

Exemple: $E(x)=\frac{7x+1}{3x-6}$; $F(x)=\frac{x^3+1}{2x}$; $F(a)=\frac{3a-1}{a^2+a+1}$

Ex 1. Calculeaza valoarea numerica a fractiei algebrice $F(x)=\frac{3x+1}{x-2}$ pentru $x=3$.

Solutie: $F(3)=\frac{3\cdot 3+1}{3-2} = \frac{9+1}{1} = \frac{10}{1}=10$

Observatie: Valoarea numerica a unei fractii algebrice nu se poate calcula pentru orice numar real.

De exemplu pt $x=2$ vom obtine $E(2)=\frac{3\cdot 2+1}{2-2} = \frac{6+1}{0} = \frac{7}{0}$ fractia nu este definita(o fractie sau un raport nu pot avea numitorul egal cu zero)

Ex2. Determinati valorile lui x pentru care fractia algebraica $E(x)$ nu este definita, in urmatoarele cazuri:

a) $E(x)=\frac{7x+1}{3x-6}$

Solutie: $3x-6=0 \Leftrightarrow 3x=6 \Leftrightarrow x=\frac{6}{3} \Leftrightarrow x=2$, prin urmare $E(x)$ nu este definita pt $x=2$

b) $E(x)=\frac{5-x^2}{x^2+6x}$

Solutie:

$x^2+6x=0 \Leftrightarrow x(x+6)=0 \Leftrightarrow x=0$ sau $x+6=0 \Leftrightarrow x=-6$, $E(x)$ nu este definita pt $x \in \{-6, 0\}$

Def. Multimea numerelor reale pentru care se poate calcula valoarea numerica a unei fractii algebrice se numeste domeniul de definitie a fractiei algebrice (D).

Ex3. Determinati domeniul de definitie pentru fractia algebraica $F(x)$ in urmatoarele cazuri:

a) $F(x)=\frac{x^3}{4x+8}$

Solutie: $4x+8=0 \Leftrightarrow 4x=-8 \Leftrightarrow x=\frac{-8}{4}=-2$. Deci $D=\mathbb{R}-\{-2\}$

b) $F(x)=\frac{x}{x^2-9}$

$$\text{Solutie: } x^2-9=0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3)=0 \Leftrightarrow x-3=0 \Leftrightarrow x=3$$

Sau

$$x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$$

$$\text{Atunci } D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$$

- **Operatia de amplificare a unui raport algebric consta in a inmulti atat numaratorul cat si numitorul cu o expresie algebrica nenula.**

Exemple:
$$^4) \frac{3x}{x^2+1} = \frac{4 \cdot 3x}{4 \cdot (x^2+1)} = \frac{12x}{4x^2+4}$$

$$^3x) \frac{2x^2}{x+5} = \frac{3x \cdot 2x^2}{3x \cdot (x+5)} = \frac{6x^3}{3x^2+15x}$$

$$^{x+2}) \frac{x-2}{x+2} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x+2)} = \frac{x^2-4}{(x+2)^2} = \frac{x^2-4}{x^2+4x+4}$$

$$^{x-1}) \frac{11x-3}{x^2+1} = \frac{(x-1)(11x-3)}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{11x^2-14x+3}{x^3-x^2+x-1}$$

- **Operatia de simplificare a unui raport algebric consta in a imparti atat numaratorul ,cat si numitorul prin aceeasi expresie algebrica nenula.**

Exemple:

$$1) \frac{7x^3}{2x^6} \stackrel{(x)}{=} \frac{7x^3 : x}{2x^6 : x} = \frac{7x^2}{2x^5};$$

$$2) \frac{18x^2}{6x^4+10x^3} \stackrel{(2x^2)}{=} \frac{18x^2 : 2x^2}{(6x^4+10x^3) : 2x^2} = \frac{9}{3x^2+5x}$$

Observatie: In general, pentru simplificarea fractiilor algebrice este necesara descompunerea in factori a numaratorului si a numitorului.

Exemple:

$$1) \frac{3x+15}{x^2-25} = \frac{3(x+5)}{(x-5)(x+5)} \stackrel{(x+5)}{=} \frac{3}{x-5}$$

$$2) \frac{2x+4x^2}{x^2} = \frac{2x(1+2x)}{x^2} \stackrel{(x)}{=} \frac{2(1+2x)}{x};$$

$$3) \frac{x^2+2x+1}{x^2-1} = \frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} \stackrel{(x+1)}{=} \frac{x+1}{x-1}$$

$$4) \frac{x^2+4x+4}{x^2-x-6} = \frac{(x+2)^2}{x^2+2x-3x-6} = \frac{(x+2)^2}{x(x+2)-3(x+2)} = \frac{(x+2)^2}{(x+2)(x-3)} \stackrel{(x+2)}{=} \frac{x+2}{x-3}$$

$$5) \frac{2x+6}{x^2+4x+3} = \frac{2(x+3)}{(x^2+x)+(3x+3)} = \frac{2(x+3)}{x(x+1)+3(x+1)} = \frac{2(x+3)}{(x+1)(x+3)} \stackrel{(x+3)}{=} \frac{2}{x+1}.$$

Fisa de lucru:

1) Notam cu D domeniul de definitie pentru fractia algebrica $A(x) = \frac{x+7}{x^2-9}$.

- a) Determinati D;
- b) Calculati A(-1).

2) Efectuati :

$$a) \frac{100}{9x^2} \qquad b) \frac{8x^3}{6x^5} \stackrel{(2x^3)}{}$$

3) Amplificati cu x-3 fractia algebrica $\frac{4x-1}{x+4}$.

4) Simplificati:

$$a) \frac{x^2-25}{x^2+10x+25}$$

$$b) \frac{x^3+4x^2-x-4}{x^3+3x^2-4x}$$

5) Se considera fractia algebrica $E(x) = \frac{x^2-10x+25}{x^3-25x}$

- a) Arata ca $x^3 - 25x = x(x-5)(x+5)$
- b) Determina multimea de definitie
- c) Arata ca $E(x) = \frac{x-5}{x(x+5)}$

d) Rezolvati in multimea numerelor reale ecuatia: $E(x) = \frac{1}{x(x+5)}$