Prof. Cuibuș Nicoleta

Școala Gimnazială Rakoczi Ferenc

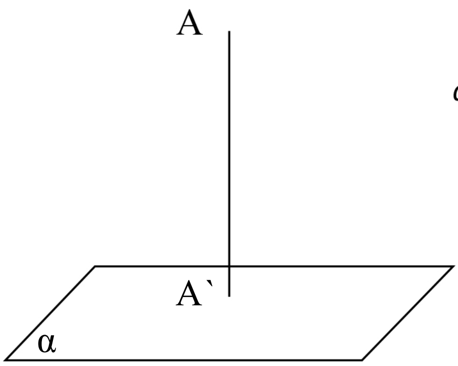
Clasa a VIII-a

Distanța de la un punct la un plan

Definiție

Dacă un punct A este situat într-un plan α, distanța de la A la α este zero.

Dacă punctul A este exterior planului α, spunem că distanța de la A la α este AA', unde $AA' \perp \alpha$ și $A' \in \alpha$.

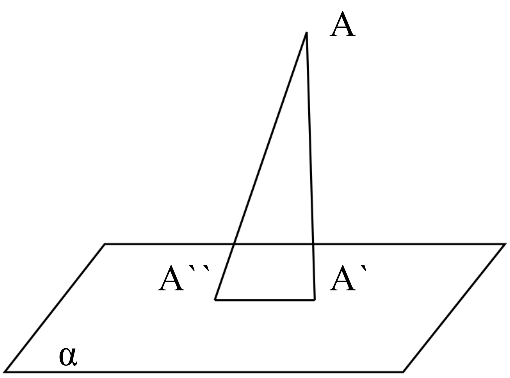


Notăm d(A, α) = AA’ și citim

distanța de la punctul A la A’ este AA’

Teoremă

Perpendiculara dusă dintr-un punct exterior unui plan pe acel plan este unică.



Demonstrație

Presupunem prin absurd că prin punctul $A \notin \alpha$ se pot construi două perpendiculare AA’ și AA”. Atunci:

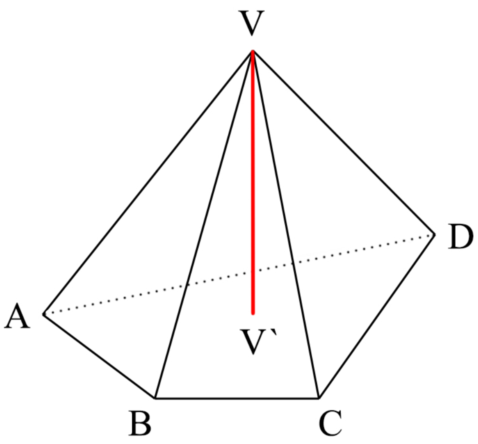
$$\begin{matrix} AA' \perp A'A" \\ AA" \perp A"A' \end{matrix} \Rightarrow \Delta AA'A"$$ va avea două unghiuri

și ca urmare suma unghiurilor în triunghi va fi mai mare de 180^0 - contradicție.

Observație: Distanța de la A la α reprezintă lungimea celui mai mic segmentcu un capăt în A și celălalt capăt în α.

Aplicație

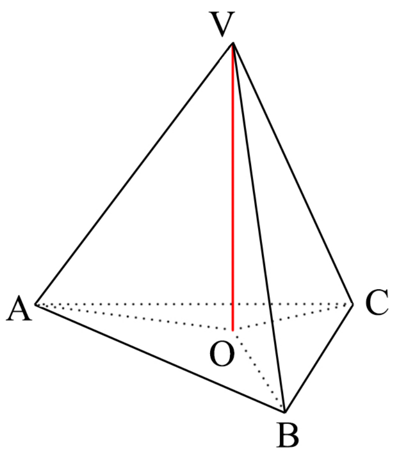
Înălțimea unei piramide – este segmentul ce are ca lungime distanța dintre vârful piramidei și planul bazei.



În piramida patrulateră VABCD, înălțimea este VV’, unde $VV' \perp (ABCD),\ \ V' \in (ABCD)$

Problemă rezolvată

Fie VABC o piramidă triunghiulară, având ca bază triunghiul echilateral ABC. Demonstrați că VA=VB=VC, dacă și numai dacă piciorul perpendicularei din V pe planul (ABC) este centrul cercului circumscris triunghiului ABC.



Soluție Fie $VO \perp (ABC) \Rightarrow VO \perp OA, VO \perp OB, VO \perp OC$ unde presupunem O este centrul cercului circumscris ΔABC

ΔVOA, ΔVOB și ΔVOC dreptunghice

$\left.\begin{matrix} VO\ \textit{latură comună} \\ OA = OB = OC \end{matrix}\right\} \Rightarrow (C.C.)\Delta VOA \equiv \Delta VOB \equiv \Delta VOC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ VA=VB=VC

Reciproc

Presupunem VA=VB=VC

ΔVOA, ΔVOB și ΔVOC dreptunghice

$\left.\begin{matrix} VO\ \textit{latură comună} \\ VA = VB = VC \end{matrix}\right\} \Rightarrow (C.I.)\Delta VOA \equiv \Delta VOB \equiv \Delta VOC \Rightarrow OA = OB = OC \Rightarrow$ O este centrulcercului circumscris ΔABC