

CLASA A VIII-A
BREVIAR TEORETIC ȘI EXEMPLE

Funcții de forma $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, unde a și b sunt numere reale și D este o mulțime finită de numere reale sau un interval nedegenerat

Definiție:

Reprezentarea geometrică a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ este o dreaptă.

Deoarece o dreaptă este determinată de două puncte distincte, pentru a reprezenta geometric graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, avem nevoie de cel puțin două puncte.

Ca să fim siguri că am lucrat corect vom lua trei puncte.

Exemplu 1:

Reprezintă geometric graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 5$.

Rezolvare:

- Luăm trei puncte și calculăm valoarea funcției în aceste puncte, iar valorile le trecem într-un tabel.

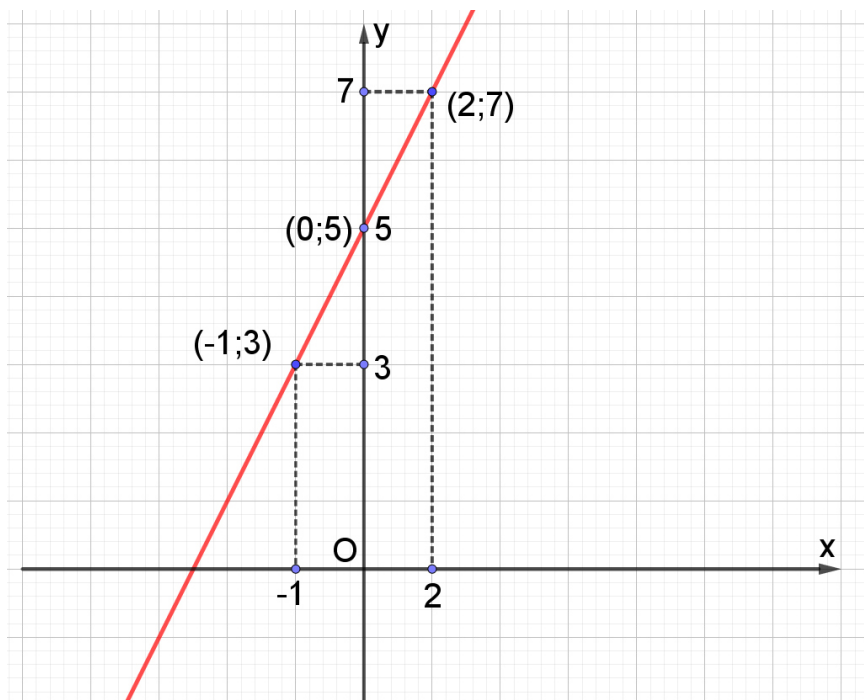
$$f(-1) = 2 \cdot (-1) + 5 = -2 + 5 = 3$$

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 5 = 0 + 5 = 5$$

$$f(1) = 2 \cdot 1 + 5 = 2 + 5 = 7$$

x	-1	0	1
$f(x)$	3	5	7

- Scriem $G_f = \{(-1; 3); (0; 5); (1; 7)\}$
- Reprezentăm într-un sistem de axe ortogonale cele trei puncte și construim dreapta care trece prin aceste puncte.



Reprezentarea geometrică a graficului funcției $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}, D$ -interval de numere reale, este un segment sau o semidreaptă, după cum intervalul D este mărginit, respectiv nemărginit.

Exemplu 2:

Reprezintă geometric graficul funcției $f: (-3; 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 5$.

Rezolvare:

- În cazul intervalelor mărginite, luăm ca valori capetele intervalului, și calculăm

$$f(-3) \text{ și } f(4)$$

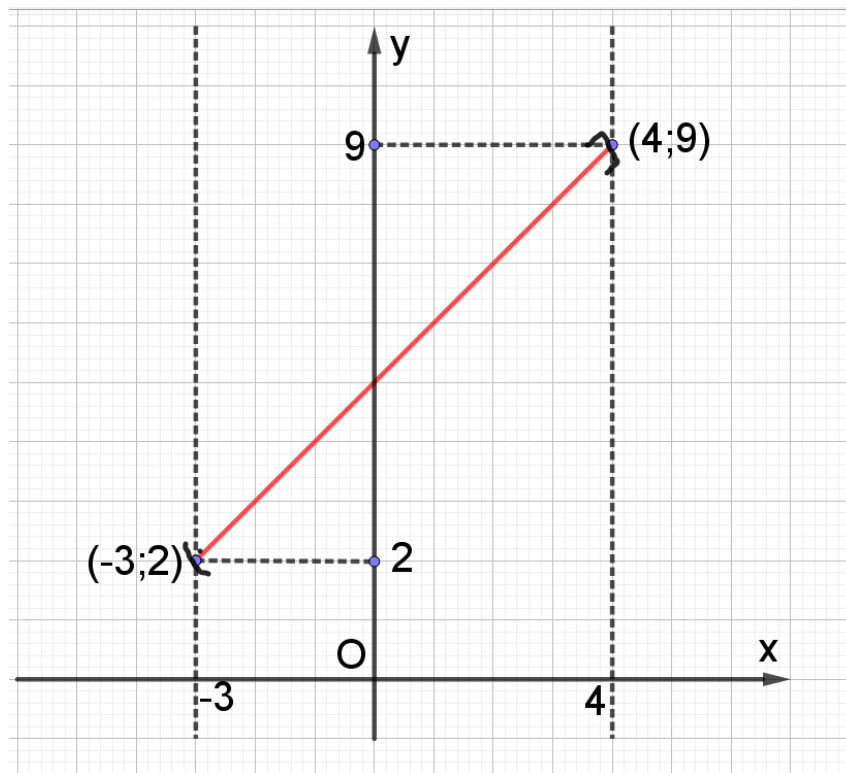
$$f(-3) = -3 + 5 = 2$$

$$f(4) = 4 + 5 = 9$$

x	-3	4
$f(x)$	2	9

- Scriem $G_f = \{(-3; 2); (4; 9)\}$

- Reprezentăm într-un sistem de axe ortogonale cele două puncte și construim segmentul care trece prin aceste puncte, iar la capetele segmentului se pun parantezele corespunzătoare de la interval.



Exemplu 3:

Reprezintă geometric graficul funcției $f: [-2; \infty] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x + 1$.

Rezolvare:

- În cazul intervalelor nemărginite, o valoare va fi capătul intervalului, iar cealaltă valoare va fi un punct care aparține intervalului

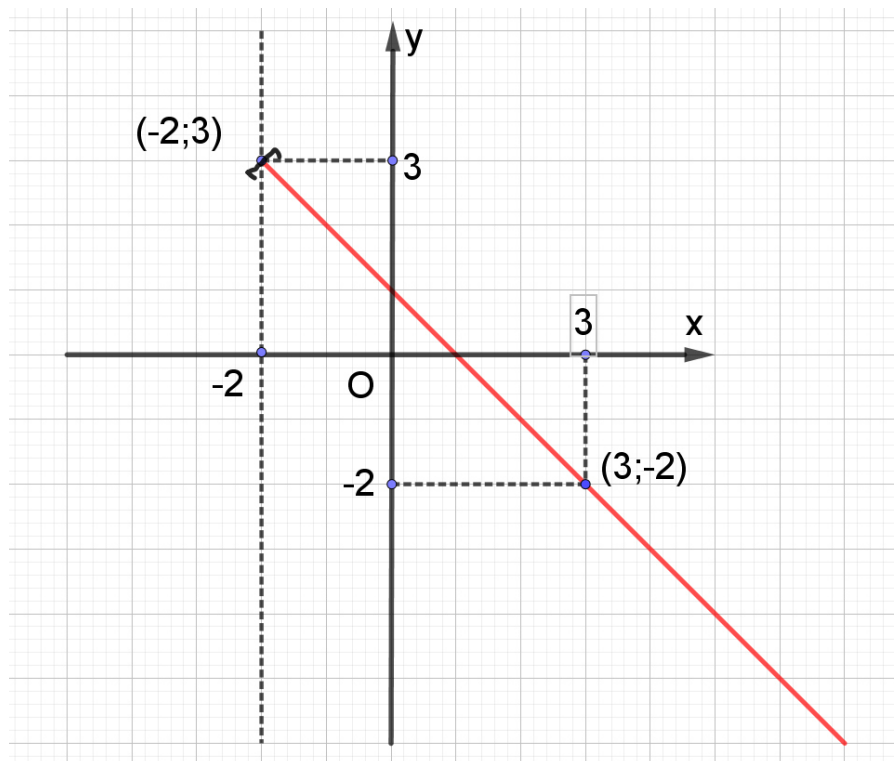
$$f(-2) = -(-2) + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$f(3) = -3 + 1 = -2$$

x	-2	3
$f(x)$	3	-2

- Scriem $G_f = \{(-2; 3); (3; -2)\}$

- Reprezentăm într-un sistem de axe ortogonale cele două puncte și construim semidreapta care trece prin aceste puncte, iar la capătul semidreptei punem paranteza corespunzătoare de la interval.



Pentru a determina punctele în care graficul funcției intersectează axele de coordonate procedăm astfel:

- **Pentru a determina punctul de intersecție cu axa Ox , vom pune condiția ca $y=0$, adică $f(x)=0$. Rezolvăm ecuația și vom afla valoarea lui x .**

Exemplu 4:

Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 5$ cu axa absciselor.

Rezolvare:

Scriem condiția:

$$y = 0, f(x) = 0, x + 5 = 0, \text{ deci } x = -5$$



Scriem punctul de intersecție astfel:

$$G_f \cap O_x = (-5; 0)$$

- **Pentru a determina punctul de intersecție cu axa Oy , vom pune condiția ca $x=0$, adică vom calcula valoarea funcției în punctul O .**

Exemplu 5:

Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 4$ cu axa ordonatelor.

Rezolvare:

Scriem condiția:

$$x = 0, f(0) = -2 \cdot 0 + 4 = 0 + 4 = 4$$

Scriem punctul de intersecție astfel:

$$G_f \cap O_y = (0; 4)$$

- **Pentru a determina punctul de intersecție a două funcții f și g care sunt reprezentate în același sistem de axe ortogonale punem condiția: $f(x) = g(x)$. Rezolvăm ecuația, obținem valoarea lui x , apoi determinăm valoarea lui y prin $y = f(x)$ sau $y = g(x)$.**

Exemplu 6:

Determinați coordonatele punctului în care se intersectează graficele funcțiilor $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = 2x + 3, g(x) = x - 5$.

Rezolvare:

Scriem condiția:

$$f(x) = g(x),$$

$$2x + 3 = x - 5,$$

$$2x - x = -5 - 3,$$

$$x = -8$$

$$\text{Calculăm, } y = g(-8) = -8 - 5 = -13$$



Scriem punctul de intersecție astfel:

$$G_f \cap G_g = (-8; -13)$$

Problemă rezolvată:

Stabiliți dacă punctele $A(-3; -1)$; $B(1; 3)$; $C(5; 7)$ sunt coliniare.

Rezolvare:

Punctele A , B , C vor fi coliniare dacă se află pe aceeași dreaptă. Știm că reprezentarea geometrică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ este o dreaptă. Vom determina funcția care are ca reprezentare grafică dreapta AB . La final vom verifica dacă punctul C aparține reprezentării geometrice a funcției.

Forma generală a funcției este: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$

$$A(-3; -1) \in G_f, f(-3) = -1, -3a + b = -1$$

$$B(1; 3) \in G_f, f(1) = 3, a + b = 3$$

Rezolvăm sistemul de ecuații format din cele două ecuații:

$$\begin{cases} -3a + b = -1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -3a + b = -1 \\ 3a + 3b = 9 \end{cases}$$

$$4b = 8$$
$$b = 2$$

Înlocuim valoarea lui b în una din ecuații:

$$a + b = 3$$

$$a + 3 = 3$$

$$a = 1$$

Scriem funcția f , înlocuind în forma generală a funcției valorile găsite pentru a și b

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2$$

Verificăm, dacă punctul $C(5; 7) \in G_f$, adică $f(5) = 7, 5 + 2 = 7, 7 = 7$

Deci, punctele A , B , C sunt coliniare.