



Clasa a VIIIa

Operații cu numere reale reprezentate prin litere

Ai învățat până acum tot felul de operații cu numere reale. Acum o să vedem că există și anume expresii sub formă de produs între numere și litere și care se numesc expresii algebrice.

Că de exemplu: $-2x^3y$, $4a$, $0,23a^2b^4c$, $\sqrt{3}xy^3$, $\frac{2}{3}yz$, etc-cele mai simple expresii algebrice

Dar pot fi : $4x^3+7a^2b$; $\sqrt{3}a-6b+4c$, etc

Toate aceste exemple, observi că sunt formate din două părți, o parte cu numere , pe care o numim **parte numerică** și o parte cu litere pe care o numim **parte literală**.

În primul exemplu dat, -2 este partea numerică și îi mai spunem și **coeficient** și x^3y este partea literală.

Dacă avem $1xy^2$ putem să scriem doar xy^2 , fără 1.

Termenii ce au aceeași parte literală se numesc **termeni asemenea**.

Într-o expresie algebrică variabilele (literele) pot fi înlocuite cu numere concrete și apoi efectuate calculele.

Ex. Calculați valoarea expresiei $6x-5$ pentru $x= -2$

Vom avea $6(-2)-5=-12-5=-17$

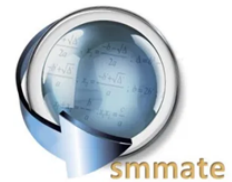
Să vedem acum cum putem face calcule cu astfel de expresii:

Adunarea și scăderea

Se adună (scad) doar termenii asemenea.Se adună(scad) coeficientii termenilor, păstrându-se partea literală.

Ex: $-6xy+12xy-8xy=(-6+12-8)xy=-2xy$

Observi că toți termenii conțin produsul xy pe care l-am dat factor comun și am făcut calculele cu coeficientii termenilor dați.



La fel e și la scădere , doar că nu uita că semnul minus în față unei paranteze schimbă semnul termenilor din paranteză .

$$\text{Ex. } 4ab^2 - (-5ab^2) - (+7ab^2) = 4ab^2 + 5ab^2 - 7ab^2 = (4+5-7)ab^2 = 2ab^2$$

Proprietățile adunării se păstrează și în cazul adunării expresiilor algebrice, adică:

- adunarea este asociativă-pot să adun termenii în orice ordine
- adunarea este comutativă- pot schimbă locul termenilor
- Zero este elementul neutru al adunării-adică lasă rezultatul neschimbat

Dacă am de calculat o sumă între mai mulți termeni ce au diferite părți literale, aleg și calculez doar termenii asemenea, mai spunem și că reduc termenii asemenea.

Ex: $4a - 0,3b + 2,5a - 4b + c = 6,5a - 4,3b + c$ (am grupat și calculat termenii ce-l conțin pe a, apoi pe aceia care-l conțin pe b și termenul în c)

Înmulțirea și împărțirea

Pentru a înmulți (împărți) 2 termeni , înmulțesc(împart) coeficienții lor iar apoi înmulțesc (împart) partea literală ținând cont de regulile cu puteri.

Înmulțirea(împărțirea) nu se face doar între termeni asemenea.

$$\text{Ex. } (-7xy^2)(4x^2y) = -28x^{1+2}y^{2+1} = -28x^3y^3$$

L-am înmulțit pe -7 cu 4 iar la partea literală am ținut cont că la înmulțirea puterilor având aceeași bază se adună exponenții.

$$\text{Ex. } 24ab^3c^2 : (-8bc^2) = -3ab^{3-1}c^{2-2} = -3ab^2$$

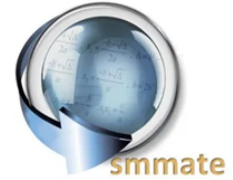
La fel, am făcut împărțirea între coeficienți și am ținut cont că la împărțirea puterilor, de la partea literală, se scad exponenții.

Și înmulțirea își păstrează proprietățile de la numere reale, adică: e asociativă, comutativă , 1 este elementul neutru și este distributive față de adunare.

Când avem de înmulțit(împărțit) un factor cu o paranteză, folosesc distributivitatea și înmulțesc(împart) la fiecare factor din paranteză .

$$\text{Ex. } 3xy^2(4x - 8x^2y) = 3xy^2 \times 4x + 3xy^2 \times (-8x^2y) = 12x^2y^2 - 24x^3y^3$$

Procedăm la fel si când avem de înmulțit 2 paranteze:



$$\text{Ex. } (2x^2-4y)(-3x+5y^3)=2x^2 \times (-3x+5y^3)-4y \times (-3x+5y^3)=-6x^3+10x^2y^3+12xy-20y^4$$

Cum nu sunt termeni asemenea, am obținut rezultatul final

Ridicarea la putere

Pentru a ridica o expresie la putere, se ridică partea numerică la putere și apoi fiecare factor al părții literale, la puterea dată.

$$\left(-\frac{2}{3}x^2y^3\right)^3=\left(-\frac{2}{3}\right)^3(x^2)^3(y^3)^3=-\frac{8}{27}x^6y^9$$

Îți reamintesc regulile de calcul cu puteri:

$$1) a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$2) (a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$3) (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$4) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{unde } a, b \text{ numere reale, } b \neq 0 \text{ și } m, n \text{ numere întregi}$$

Ordinea operațiilor se păstrează și în cazul operațiilor cu numere reprezentate prin litere adică:

1. Ridicarea la putere
2. Înmulțirea și împărțirea
3. Adunarea și scăderea

Exersează și tu acum, rezolvând fișa de lucru.

Spor la treabă!



FIȘĂ DE LUCRU

1. Efectuați (reduceti termenii asemenea) :

a) $-3a+7a$ b) $-5b+7b$ c) $11c-23c$ d) $3d+4d^2+6d-3d^2$

e) $-\sqrt{3}x + \sqrt{12}x^2 + \sqrt{27}x - \sqrt{48}x^2$ f) $\sqrt{3}\left(\sqrt{3}x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - 2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

2. Efectuați (operațiile apoi reduceti termenii asemenea) :

a) $3x \cdot (-2x)$ b) $\left(-\frac{1}{3}x\right)3x^2$ c) $\sqrt{12}x^2 : \sqrt{3}x$ d) $-\sqrt{18}x^3 : (-\sqrt{2}x^2)$

d) $3x(x-1) - 2(x^2-x)$ e) $(2x-3)(3x+2)$

3. Efectuați :

a) $(30x^3 - 12x^2 - 24x) : (-6x)$ b) $(x-5)(x^3 - 2x^2 + 4x - 7)$

c) $(3x^2)^3 \cdot (-5x^{-3})$ d) $(38x^2 \cdot 4x - 18x^3 : 2x)(2x^2 - 6x^3 + 5x - 3)$

Indicație: b) $x \cdot (x^3 - 2x^2 + 4x - 7) - 5 \cdot (x^3 - 2x^2 + 4x - 7)$

Rezolvare c) $27x^6 \cdot (-5x^{-3}) = -135x^3$

4. Efectuați :

a) $3x^2 [x(2x^2 - 5x + 3) - 5(x^3 - 2x^2 + 3x - 7)] - 4x^2(x^3 + 2x)$

b) $\frac{2}{3}x^2y\left(\frac{9}{4}x^2 - \frac{6}{8}xy - \frac{9}{10}y^2\right) - \frac{3}{2}xy\left(\frac{4}{9}x^3 + \frac{4}{3}x^2y + \frac{8}{15}xy^2\right)$

c) $(2x\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(3x\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) - 2\sqrt{6}(3x^2 - 2)$

d) $x^2\sqrt{2}(x\sqrt{6} - \sqrt{2}) - x\sqrt{3}(x^2 - x\sqrt{2} + \sqrt{6})$



e) $(x\sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{10} + x\sqrt{6}) - x\sqrt{5}(x\sqrt{3} - 1) - x^2(\sqrt{15} - 1)$

f) $(2x\sqrt{2} - \sqrt{3})(x\sqrt{3} + \sqrt{2}) - x(2\sqrt{6}x + 1) + 7\sqrt{6}$

Rezolvare: f) $2x\sqrt{2} \cdot (x\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{3}(x\sqrt{3} + \sqrt{2}) - x \cdot 2\sqrt{6}x - x + 7\sqrt{6} = 2x^2\sqrt{6} + 4x - 3x - \sqrt{6} - 2x^2\sqrt{6} - x + 7\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$

5. Calculați valorile expresiilor algebrice pentru $x = -3$

a) $-3x^2 + 5x - 7$

b) $6x^3 - 4x^2 - 5x + 3$

c) $x^4 - 8x^3 + 2x^2 + 8x - 5$

Indicație: Se înlocuiește $x = -3$ în toate expresiile apoi se efectuează calculele.

6. Efectuați:

a) $(3x)^4 \cdot (-2x^2)^3$ b) $(-\frac{1}{3}x)^2 (3x^2)^4$ c) $(-2x)^2 \cdot (3x^2)^3 \cdot (-4x^4) : (-20x^6)$

Indicație: Se ridică întâi fiecare factor la putere, apoi se efectuează înmulțirile și împărțirile.

7. Efectuați:

a) $[2x - y - (x - 3y)][3x - 2y - (4x - 1y)]$

b) $[(x - 1)(1 + x)(x^2 + 1) + 1] : x^2$

c) $32 - 6x \cdot \{4 - 3x(5x - a) - 5x[a - (2x - 2a) - 4a] - 4ax\} + 28x^3$

8. Arătați că, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$, are loc identitatea:

$$(a + b)(a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 - b^5) = a^6 + b^6$$