Paralelism în spațiu. Probleme

Clasa a VIIIa

Ați văzut în ultimele lecții care sunt pozițiile relative a 2 drepte în spațiu, a unei drepte față de un plan, a două plane.Aceste elemente pot avea:

-niciun punct comun,

-un punct comun sau

- mai multe puncte commune.

În situația în care elementele menționate nu au puncte comune , ele sunt paralele.

Astfel , știm încă din gimnaziu că 2 drepte ce nu au puncte comune sunt paralele.

Apoi am văzut că o dreapta și un plan ce nu au puncte comune sunt paralele și tot așa, 2 plane ce nu au puncte comune sunt paralele.

În situația dreptei paralele cu planul avem câteva proprietăți(teoreme) ce au loc, foarte importante de care trebuie să ținem seama în rezolvarea problemelor

Și anume:

T1:Dacă o dreapta este paralelă cu un plan, orice plan ce o conține și intersectează planul dat, îl intersectează după o dreapta paralelă cu dreapta dată.

T2:O dreapta este paralelă cu un plan dacă dreapta dată este paralelă cu o dreapta conținută în plan.

T3:Dacă o dreapta este paralelă cu un plan iar în plan există un punct prin care trece o altă dreapta paralelă cu dreapta dată, aceasta este inclusă în plan.

Teoreme importante avem și în cazul **planelor paralele**

T1:Fie 2 plane paralele intersectate de un al 3 lea plan , intersecțiile lor sunt 2 drepte paralele.

T3: Dacă un punct este exterior planului , există un singur plan care îl conține și este paralel cu planul dat.

T2 : Două plane sunt paralele dacă unul dintre ele conține 2 drepte concurente amandoua paralele cu planul.

Nume prenume: Goja Constanța
Școala:Liceul de Arte "Aurel Popp" Satu Mare
E-mail:tantagoja@yahoo.ca

T lui Thales în spațiu:Trei sau mai multe plane paralele deţermină pe două drepte pe care le intersectează, segmente proporționale.

Tranzitivitatea relației de pralelism.

Dacă intersectăm un corp geometric studiat cu un plan paralel cu baza , obținem o secțiune paralelă cu baza iar în cazul prismei și congruentă cu baza.

Dacă se secționează o piramidă, corpul din partea de jos se numește trunchi de piramidă, iar la con, trunchi de con.

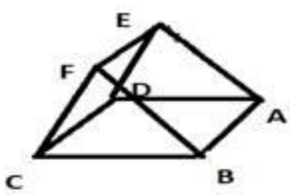
Să exemplificăm și practic. Începem cu un exemplu simplu:

1. Fie ABCD și CDEF două paralelograme. Să se arate că :

a) AB || (CDE)

b) (ADE) || (BFC)

Rezolvare :



a)ABCD fiind paralelogram , are laturile opuse paralele, deci AB || CD.

Cum CD⊂ (CDE), atunci AB||(CDE)

b)ABCD și CDEF paralelograme, rezultă BC||AD și CF ||DE

Nume prenume: Goja Constanța
Școala:Liceul de Arte “Aurel Popp” Satu Mare
E-mail:tantagoja@yahoo.ca

Cum BC,FC ⊏ (BCF) și

AD, DE ⊏(ADE) atunci (ADE) || (BFC)

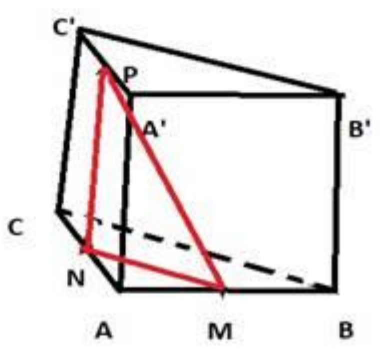
2. Fie ABCA'B'C' o prisma triunghiulară regulată și M,N,P mijloacele muchiilor AB, AC, A'C'.

Arătați că:

a) MN||(BCC')

b) (MNP)||(BCC')

Rezolvare:



a) Cum punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC, MN va fi linie mijlocie în ΔABC și atunci MN||BC

Cum BC ⊏(BCC'), atunci MN||(BCC')

b) Cum N și P sunt mijloace , rezultă AN=A'P și AN || PĂ' deci ANA'P dreptunghi și

PN ||CC'

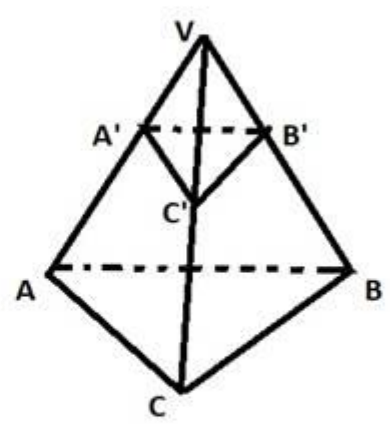
MN||BC

Nume prenume: Goja Constanța
Școala:Liceul de Arte "Aurel Popp" Satu Mare
E-mail:tantagoja@yahoo.ca

MN, NP $\subset$ (PMN) și BC. CC' $\subset$ (BCC') rezultă că (MNP)||(BCC')

3. Se da un trunchi de piramidă triunghiulară ABCA'B'C' cu fetele laterale trapeze isoscele congruente și AB=6 cm A'B'=AA'=4 cm.calculați lungimea muchiei laterale a piramidei din care provine trunchiul.

Rezolvare:



Fețele laterale fiind trapeze, înseamnă A'C'||AC și conform teoremei fundamentale a asemănării, ΔVA'C'$\sim\Delta$VAC

Scriind proporționalitatea laturilor,

$$\frac{VA'}{VA}=\frac{A'C'}{AC}=\frac{VC'}{VC}$$

Cum VA'=VA-AA', înlocuind în raport, vom obține,

$\frac{VA-4}{VA}=\frac{4}{6}$ de unde obținem ecuația 2VA=3(VA-4)

2VA-3VA=-12

Rezultă VA=12

Poți exersa in continuare, rezolvând problemele din fișa de lucru:

Nume prenume: Goja Constanța
Școala:Liceul de Arte "Aurel Popp" Satu Mare
E-mail:tantagoja@yahoo.ca

FIȘĂ DE LUCRU

1. Conul circular drept cu diametrul bazei AB = 10 cm și generatoarea VA = 13 cm este secționat cu un plan paralel cu baza, care conține ortocentrul triunghiului VAB. Calculați aria secțiunii.

2. Un cilindru circular drept se sectionează printr-un plan paralel cu planul bazelor, care trece prin punctul M de pe generatoarea AA'Determinati $\frac{AM}{A'M}$ astfel incât raportul dintre ariile desfășurărilor laterale laterale ale cilindrilor cu generatoare A'M respectiv AM sa fie egal cu 3.

3.Baza piramidei *SABCD* este pătrat. Notăm cu *M* mijlocul muchiei laterale *SC*. Demonstrați că dreapta *SA* este paralelă cu planul (*MBD*).

4.Fie paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D'.

a) Scrieti toate dreptele paralele cu A'B';

b) Scrieti planele paralele cu A'B';

c) Stabiliti daca dreapta A'D' ‖ AD.

5.Tetraedrul ABCD are ca centre de greutate ale triunghiurilor ABC si ABD punctele M si N. Demonstrati ca CD ‖ (BMN); CD ‖ (AMN)

6.Fie ABCD un tetraedru in care E este mijlocul muchiei AD si F mijlocul muchiei AC .Sa se stabileasca pozitia dreptei EF față de planul BCD.

7.Triunghiul dreptunghic ABC , m(A)=90°, AB=60 cm si AC=80 cm, are cateta AB inclusă in planul α. Pe latura AC se ia punctul M astfel incât $\frac{CM}{MA}=\frac{2}{3}$ si pe latura BC se ia punctul N astfel incât BN=60 cm.Stabiliti pozitia dreptei MN fata de planul α si calculate ce procent reprezinta aria triunghiului CMN din aria triunghiului ABC.

Nume prenume: Goja Constanța
Școala:Liceul de Arte "Aurel Popp" Satu Mare
E-mail:tantagoja@yahoo.ca

Nume prenume: Goja Constanța
Școala:Liceul de Arte "Aurel Popp" Satu Mare
E-mail:tantagoja@yahoo.ca