



CLASA: a VII-a

BREVIAR TEORETIC ȘI EXEMPLE

Ecuția de gradul al doilea

Forma generală: $ax^2 + bx + c = 0$,

unde a, b, c – coeficienții ecuației, x - necunoscuta ecuației.

Discriminantul ecuației, $\Delta = b^2 - 4ac$.

Formula de rezolvare

✓ Dacă $\Delta > 0$, ecuația are două soluții reale, distincte,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ și } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

✓ Dacă $\Delta = 0$, ecuația are două soluții egale, $x_1 = x_2 = -\frac{b}{a}$

✓ Dacă $\Delta < 0$, ecuația nu are nicio soluție reală

Exemple:

1. $x^2 + 5x + 6 = 0$

Identificăm coeficienții, $a = 1, b = 5, c = 6$.

Calculăm discriminantul, $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$

$1 > 0 \Rightarrow$ ecuația are două soluții reale distincte,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 + 1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$



$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 - 1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Mulțimea de soluții, $S = \{-3, -2\}$

2. $x^2 - 10x + 25 = 0$

Identificăm coeficienții, $a = 1, b = -10, c = 25$.

Calculăm discriminantul, $\Delta = b^2 - 4ac = 100 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0 \Rightarrow$ ecuația are două soluții egale,

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-10}{2 \cdot 1} = \frac{10}{2} = 5$$

Mulțimea de soluții, $S = \{5\}$

3. $-2x^2 + x - 1 = 0$

Identificăm coeficienții, $a = -2, b = 1, c = -1$.

Calculăm discriminantul, $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1) = 1 - 8 = -7 < 0 \Rightarrow$ ecuația nu are soluții reale,

Mulțimea de soluții, $S = \Phi$

Observație

Uneori ecuațiile de gradul al doilea propuse spre rezolvare nu au forma $ax^2 + bx + c = 0$. În acest caz, folosind proprietăți ale relației de egalitate, le aducem la această formă.

Exemplu:

$$(x - 1)^2 + 2(x - 3)^2 - 8 = 0$$

Efectuăm calculele pentru a aduce la forma generală,

$$x^2 - 2x + 1 + 2(x^2 - 6x + 9) - 8 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 + 2x^2 - 12x + 18 - 8 = 0$$



Reducem termenii asemenea, $3x^2 - 14x + 11 = 0$

Identificăm coeficienții, $a = 3, b = -14, c = 11$.

Calculăm discriminantul, $\Delta = b^2 - 4ac = 196 - 12 \cdot 11 = 196 -$

$132 = 64 > 0 \Rightarrow$ ecuația are două soluții reale distincte,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{14 + \sqrt{64}}{2 \cdot 3} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{14 - \sqrt{64}}{2 \cdot 3} = \frac{6}{6} = 1$$

Mulțimea de soluții, $S = \left\{1, \frac{11}{3}\right\}$